1. II zasada dynamiki Newtona

1.1. Cel ćwiczenia

Cel ćwiczenia: Sprawdzenie II zasady dynamiki dla ruchu dla ciała po poziomym torze pozbawionym tarcia.

Zagadnienia praktyki laboratoryjnej: Pomiar czasu za pomocą stopera z bramkami optycznym, wykonywanie wykresów, linearyzacja zależności funkcyjnej, szacowanie niepewności pomiarowych.

Zagadnienia teoretyczne z fizyki zasady dynamiki Newtona dla punktu materialnego, jednostka siły, ruch jednowymiarowy ciała pod wpływem stałej siły, ruch jednostajnie zmienny, zwrot (znak) prędkości początkowej i przyspieszenia w tym ruchu.

1.2. Opis ćwiczenia

Przed wykonaniem ćwiczenia należy przypomnieć sobie teorię dotyczącą ruchu jednostajnie zmiennego i II zasady dynamiki Newtona (p. 0.5) rozwiązując także załączone zadania.

Ćwiczenie wykonywane będzie przy użyciu toru po którym poruszać się będzie ślizgacz rozpędzany przez ciężarek podwieszony na nici przeciągniętej przez bloczek. **Ciężarek przyspieszający nie powinien mieć masy większej niż** 20 g**.**

Dzięki zastosowaniu poduszki powietrznej ślizgacz porusza się po torze z minimalnym tarciem, które w praktyce można tu zaniedbać. Opory powietrza także są minimalne ze względu na niewielkie prędkości.

Jeżeli tor jest dobrze wypoziomowany to ślizgacz powinien zasadniczo spoczywać jeśli wcześniej nie został rozpędzony.

Pomiar czasu wykonywany jest przez czterokanałowy stoper z bramkami świetlnymi. Pomiar czasu jest jest uruchamiany automatycznie po zwolnieniu magnesu startowego wężykiem spustowym a zatrzymywany w kolejnych kanałach po przesłonięciu odpowiedniej bramki.

Elektroniczny stoper ma kilka rodzajów (modów) pracy. Należy sprawdzać, czy włączony jest odpowiedni.

Ze względu na hałas dmuchawę toru należy włączać tylko na czas pomiaru. Wszystkich ustawień, zapisywania wyników dokonuj przy dmuchawie wyłączonej.

1.3. Przebieg ekserymentu

1. Zapoznaj się z działaniem stopera w każdym modzie pracy. Przećwicz uruchamianie stopera bez włączania dmuchawy dla unikania hałasu.
2. Ustaw bramki pomiarowe tak aby dzieliły dystans pomiarowy mniej więcej równe części pamiętając aby i ostatnią bramkę ślizgacz pokonał zanim ciężarek przyspieszający dotknie podłogi. Pozycji bramek nie zmieniaj podczas całego ćwiczenia.
3. Odczytaj położenie ślizgacza w pozycji startowej. Zmierz dokładnie odległości x_i **od pozycji startowej** przy których następuje przełączenie stanu bramek (wykorzystaj do tego celu tryb pracy stopera do pomiaru czasu przesłonięcia bramek). Oszacuj niepewność Δx pomiaru odległości. Wyniki zapisz w protokole.
4. Za pomocą stopera ustawionego w trybie pomiaru czasu całkowitego zmierz czasy pokonywania odległości $x_1 \dots x_4$. Zapisz dane. Pomiar wykonaj pięciokrotnie co da informację o powtarzalności uzyskanych wyników. Wyniki zapisz.
5. Zważ (lub odczytaj) masę ślizgacza oraz masę ciężarka przyspieszającego. Dane zapisz w protokole. Uwzględnij niepewności pomiarowe.

1.4. Opracowanie wyników

Metoda I

1. Wyniki pomiarów wpisz do tabeli wg poniżej zamieszczonego wzoru. Uzupełnij kolumny dokonując stosownych obliczeń. Czas t_i oblicz jako średnią z pięciu dokonanych pomiarów a Δt_i jako niepewność przeciętną lub jako odchylenie standardowe.

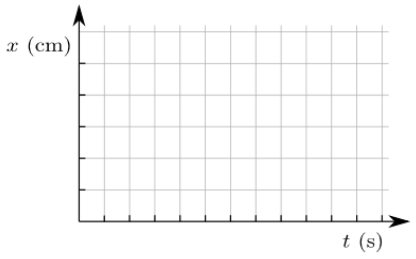
Lp	t_i [s]	Δt_i [s]	x_i [cm]	Δx [cm]	a_i [cm/s^2]	$\lvert\bar{a} - a_i\rvert$ [cm/s^2]
1						
2						
3						
4						
5						

Przyspieszenie a_i oblicz ze wzoru:

$$a_i = \frac{2x_i}{t_i^2}$$

2. Oblicz wartość średnią przyspieszenia $\bar{a}$ oraz jego niepewność pomiarową (jako niepewność przeciętną lub odchylenie standardowe). Wynik podaj w stosownej formie odpowiednio zaokrąglając liczby.

3. Sporządź wykres zależności położeń x_i od czasów t_i. Zaznacz pola niepewności pomiarowych. Odpowiednio dobierz skalę czasu i położenia tak by cały wykres był dostatecznie duży i czytelny.



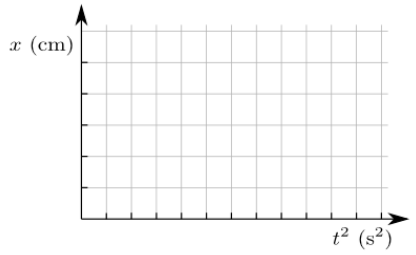
4. Na wykonany wykres nanieś parabolę, parametr której oblicz z otrzymanej, średniej wartości $\bar{a}$. Punkty pomiarowe naniesione na wykres powinny układać się wzdłuż narysowanej paraboli. Możliwe są oczywiście odchyłki ze względu na skończoną dokładność pomiarów.

Metoda II

1. Wyniki pomiarów wpisz do tabeli wg poniżej zamieszczonego wzoru. Uzupełnij kolumny dokonując stosownych obliczeń.

Lp	t_i^2 [s^2]	Δt_i^2 [s^2]	x_i [cm]	Δx [cm]
1				
2				
3				
4				
5				

2. Sporządź wykres zależności położenia x_i od kwadratu czasu t_i^2. Punkty pomiarowe powinny układać się wzdłuż prostej (z możliwymi odchyłkami).



3. Dokonaj regresji liniowej. Użyj albo metody graficznej rysując prostą najlepiej pasującą do naniesionych punktów albo też zastosuj równania metody najmniejszych kwadratów.
   W przypadku metody graficznej po narysowaniu prostej wyznacz jej współczynnik kierunkowy (określimy go jako B) a w przypadku metody najmniejszych kwadratów najpierw wyznacz parametry prostej (w tym jej współczynnik kierunkowy) a potem narysuj prostą na podstawie obliczonych parametrów.
4. Współczynnik kierunkowy wyznaczonej prostej jest, jak wynika ze wzoru
$$x = \frac{a}{2} t^2 \,,$$
   jedną drugą przyspieszenia z jakim poruszał się ślizgacz.
5. Oszacuj niepewność pomiarową obliczonego przyspieszenia. W metodzie graficznej przez określenie „sensownego” zakresu współczynnika kierunkowego a w metodzie graficznej stosując odpowiednie wzory metody najmniejszych kwadratów.
   Niepewność pomiarowa przyspieszenia będzie równa
$$\Delta a = a \, \frac{\Delta B}{B} \,,$$
   gdzie ΔB jest niepewnością wyznaczenia współczynnika kierunkowego.

Korzystając z masy ślizgacza i ciężarka przyspieszającego oblicz oczekiwane przyspieszenie z jakim powinien poruszać się ślizgacz (patrz ćw. 3).

Niepewność pomiaru oblicz ze wzoru

$$\Delta a = a \left(\frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_2}{m_2} \right) \,,$$

gdzie m_1 i m_2 oznaczają odpowiednio masę ślizgacza i ciężarka przyspieszającego a Δm_1 i Δm_2 niepewności pomiarowe tych wielkości.

Po wszystkich obliczeniach i sporządzeniu obydwu wykresów tzn. $x(t)$ oraz $x(t^2)$, podaj wyniki końcowe obliczeń (przyspieszenie wg obydwu metod jak i przyspieszenie oczekiwane). Zastosuj stosowną formę odpowiednio zaokrąglając liczby. Sformułuj uwagi i wnioski.

1.5. Zagadnienia teoretyczne

II zasada dynamiki Newtona

Druga zasada dynamiki dla punktu materialnego mówi, że przyspieszenie ciała $\vec{a}$ jest wprost proporcjonalne do siły wypadkowej $\vec{F}_w$ działającej na ciało a odwrotnie proporcjonalne do masy m tego ciała a kierunek wektora przyspieszenia jest taki sam jak kierunek siły.

$$\vec{a} \sim \frac{\vec{F}_w}{m}\,.$$

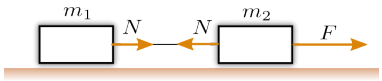
Jeżeli siłę wyrazimy w jednostkach $\left[\,\mathrm{kg\,m/s^2}\right]$ nazywanej **niutonem** [N] to powyższa proporcja przechodzi w równość. Dla ruchu jednowymiarowego, bez wektorów, zapisuje się to prawo następującym równaniem:

$$a = \frac{F_w}{m}\,.$$

W przypadku gdy siła F_w jest stała w czasie to stałe jest także przyspieszenie (ćw. 1a w dalszej części tekstu).

Druga zasada dynamiki jest prawdziwa dla każdego ciała (pomijamy tu szczególny przypadek bardzo dużych, relatywistycznych prędkości gdzie wymagane są pewne uzupełnienia) a także dla fragmentów ciał. Klasycznym przykładem wprowadzającym do tego zagadnienia jest przypadek z ćw. 2.

Taki przypadek rozwiązuje się przez dwukrotne zastosowanie II zasady dynamiki dla jednego i drugiego ciała uwzględniając przy tym siłę wzajemnego oddziaływania ciał – w tym przypadku reprezentowaną przez siłę naprężenia nici łączącej te ciała.



Tak więc przyspieszenie klocka o masie m_1 wynosić będzie

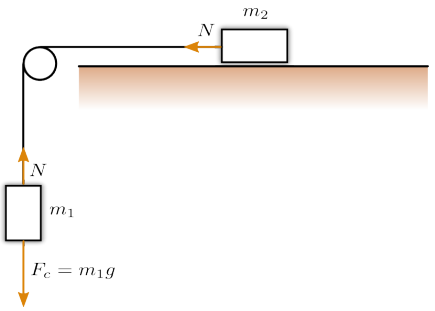
$$a = \frac{N}{m_1}$$

a przyspieszenie klocka o masie m_2 wynosić będzie

$$a = \frac{F - N}{m_2}\,.$$

Z oczywistych względów przyspieszenia obydwu klocków są takie same. Równania powyższe tworzą układ z którego możemy wyznaczyć przyspieszenie a jak i naprężenie N jeśli tylko znamy masy klocków i wartość siły F.

Podobne zagadnienie odnajdziemy w ćw. 3. Siłą rozpędzającą jest tu siła ciężkości F_c działająca na wiszący klocek. Siła ciężkości działająca na klocek poruszający się poziomo nie wpływa na ruch, dociska jedynie klocek do podłoża nie przyspieszając ani nie hamując ruchu.



Wiszący klocek nie ma jednak zupełniej swobody ponieważ jego ruch hamowany jest przez siłę wywieraną na niego przez nić łączącą obydwa klocki.

Tak więc przyspieszenie klocka poruszającego się poziomo wyrazić można jako

$$a = \frac{N}{m_2}$$

a przyspieszenie klocka wiszącego wyrazić można jako

$$a = \frac{m_1 g - N}{m_1}\,.$$

Znów otrzymujemy układ równań, z którego można wyznaczyć przyspieszenie poruszających się ciał oraz siłę naprężenia nici.

Kinematyka ruchu jednostajnie zmiennego

Przyspieszenie jest z definicji przyrostem prędkości w jednostkowym czasie czyli (w ujęciu jednowymiarowym):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}\,,$$

lub po przekształceniu

$$\Delta v = a\,\Delta t\,,$$

Jeśli przyspieszenie jest stałe to przyrost prędkości jest proporcjonalny do czasu a więc w każdej sekundzie prędkość zmienia się o taką samą wartość. Taki ruch nazywany jest **jednostajnie zmiennym**. Jeżeli wartość bezwzględna prędkości jednostajnie rośnie mówimy o ruchu **jednostajnie przyspieszonym** a gdy maleje – o ruchu **jednostajnie opóźnionym**.

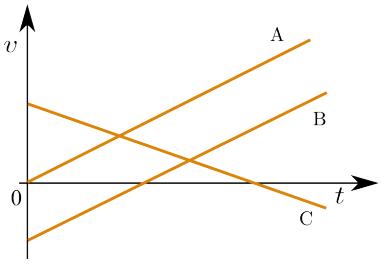
w chwili początkowej prędkość wynosi zero możliwe jest także, że prędkość jest niezerowa i skierowana zgodnie lub przeciwnie z kierunkiem siły (i przyspieszenia). Możemy wtedy zapisać

O tym, czy mamy do czynienia z ruchem przyspieszonym czy opóźnionym decydują: zwrot prędkości (prędkości początkowej) oraz zwrot przyspieszenia (a tym samym siły – zgodnie z II zasadą dynamiki).

Ogólnie można zapisać, że

$$v(t) = v_0 + a\ \Delta t$$

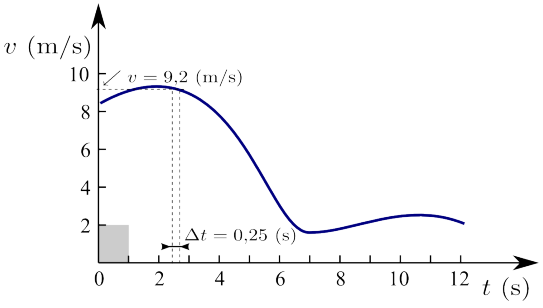
Jeśli prędkość początkowa wynosi zero a przyspieszenie jest skierowane z umownym kierunkiem *plus* to prędkość będzie rosła proporcjonalnie do czasu (przypadek A na rysunku poniżej).



Jeśli pędkość początkowa jest mniejsza niż zero (kierunek ruchu jest przeciwny do założonego kierunku *plus*) a przyspieszenie, a tym samym i siła skierowana zgodnie założonym kierunkiem dodatnim to wartość bezwzględna prędkości będzie najpierw malała by po chwili zatrzymania znów roznąć – przypadek B na rysunku. Jeżeli prędkość początkowa natomiast jest większa niż zero a siła (i przyspieszenie) mniejsze niż zero to sytuacja będzie podobna jak w przypadku B lecz ruch odbywał się będzie w przeciwną stronę.(ćw. 1b)

Zachodzi pytanie czy możemy na podstawie zależności zmian prędkości od czasu wyznaczyć zależność położenia od czasu?

Odpowiedź jest twierdząca. Zacznijmy od najbardziej ogólnego przypadku dowolnie zmieniającej się prędkości jak na przykład na wykresie poniżej.



W zaznaczonym, krótkim przedziale czasu trwającym 0,25 s, uznać możemy z niewielkim błędem, że prędkość była stała i wynosiła 9,2 m/s. Stąd więc obliczyć możemy, że obiekt przemieścił się o $\Delta x = v_n \Delta t = 9{,}2 \cdot 0{,}25 = 2{,}3$ m.

Dzieląc cały interesujący nas czas na krótkie odcinki i w taki sam sposób obliczając przemieszczenia, a następnie je sumując, możemy obliczyć pokonany dystans.

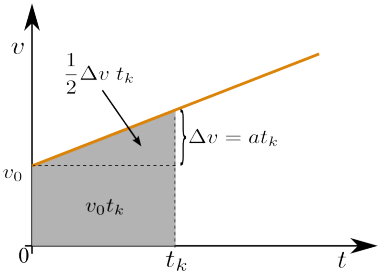
$$x = \sum_n \Delta x_n = \sum_n v_n \Delta t_n$$

W powyższym wzorze n oznacza numer kolejnego przedziału czasowego. Zauważyć należy ponadto, że iloczyn występujący pod znakiem sumy ma swoją interpretację geometryczną. Jest to mianowicie pole zaznaczonego wąskiego paska.

Wynika stąd też, że całkowite przemieszczenie jest równe polu pod krzywą zależności prędkości od czasu. Z tym jednak zastrzeżeniem, że to pole należy wyznaczać w jednostkach wykresu a nie na przykład cm^2. Na powyższym wykresie każdy fragment powierzchni o polu równemu zaznaczonemu, szaremu prostokątowi oznacza przemieszczenie 2 m.

Jeżeli sumowanie przeprowadzimy po odcinkach czasu o długościach zmierzających do zera to taka operacja będzie nosiła matematyczne miano całkowania.

W przypadku ruchu jednostajnie zmiennego pole pod wykresem zależności $v(t)$ ma kształt trapezu więc łatwo obliczyć pole tej figury a więc i położenie ciała w kolejnych chwilach czasu. W ten sposób można wyprowadzić pomocne równania.



Tak więc w ruchu jednostajnie zmiennym równie na obliczanie położenia x w zależności od końcowej chwili czasu t_k przy założeniu, że znamy prędkość początkową v_0 oraz przyspieszenie a wygląda następująco:

$$x = v_0\ t + \frac{1}{2} a t^2\,,$$

czyli wykres zależności $x(t)$ w ruchu jednostajnie przyspieszonym jest parabolą. W za-

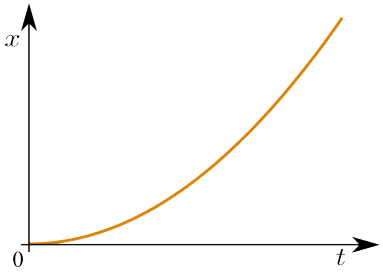
leżności od tego jaki jest znak (czyli kierunek, zwrot) prędkości początkowej i przyspieszenia w odniesieniu do kierunku x parabola ta jest różnie umiejscowiona (ćw. 3).

W najprostszym przypadku zerowej prędkości początkowej i przyspieszenia zgodnego z kierunkiem x wykres będzie miał kształt jak na rysunku poniżej a parabola będzie opisana równaniem

$$x = \frac{1}{2}at^2\,,$$

który może też służyć do wyznaczania przyspieszenia jeśli tylko znamy położenie x w danej chwili czasu t

$$a = \frac{2x}{t^2}\,.$$



1.6. Ćwiczenia sprawdzające

Ćwiczenie. 1. Klocek o masie $m = 2$ kg umieszczony na poziomym stole pozbawionym tarcia porusza się pod wpływem stałej siły $F = 0{,}05$ N. (a) Wyznacz przyspieszenie klocka. (b) Narysuj zależność prędkości od czasu gdy w chwili początkowej prędkość wynosi (a) $v_{0x} = 0$ m/s, (b) $v_{0x} = 0{,}25$ m/s, (c) $v_{0x} = -0{,}25$ m/s.



Ćwiczenie. 2. Dwie masy m_1 i m_2 umieszczone na poziomym stole pozbawionym tarcia są połączone lekką linką i poruszają się pod wpływem siły F. Wyznacz przyspieszenie układu i naprężenie (siłę naprężenia) linki N.



Ćwiczenie. 3. Na podstawie wyników ćw. 1 wykonaj wykres zależności położenia od czasu $x(t)$ dla przedziału $0 \div 10$ s dla każdego z przypadków.

Ćwiczenie. 4. Na poziomej powierzchni umieszczony jest klocek o masie 3 kg mogący poruszać się bez tarcia. Do niego przymocowany jest sznurek przerzucony przez śliską krawędź, na którego końcu wisi klocek o masie 2 kg. Oblicz z jakim przyspieszeniem poruszają się klocki i z jaką siłą naprężony jest sznurek.

